



**ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ  
КУРСА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ:  
ОПТИКА**

Учебно-методическое пособие  
по курсу *Общая физика*

МОСКВА  
МФТИ  
2013

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Московский физико-технический институт  
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Кафедра общей физики

# ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ КУРСА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ: ОПТИКА

Учебно-методическое пособие  
по курсу *Общая физика*

Составители:

А. В. Гуденко, Ю. Н. Извекова, Г. А. Никитаева  
С. Д. Кузьмичев, П. В. Попов, Ю. Н. Филатов

МОСКВА  
МФТИ  
2013

**Избранные задачи курса общей физики: оптика:** учебно-методическое пособие по курсу *Общая физика* / сост. А.В. Гуденко, Ю.Н. Извекова, С.Д. Кузьмичев, Г.А. Никитаева, П.В. Попов, Ю.Н. Филатов. — М. : МФТИ, 2013. — 17 с.

Представлены задачи различной сложности, отобранные для студентов МФТИ, изучающих физику в рамках направления «Прикладная математика и информатика», «Компьютерная безопасность» и др. Большая часть задач взята из «Сборника задач по общему курсу физики» под ред. В. А. Овчинкина (Т. 2 «Оптика»), при этом в условия некоторых задач были внесены изменения методического характера.

# 1. Геометрическая оптика. Оптические приборы.

## 0

**1.1.** Оптическая сила тонкой стеклянной линзы в воздухе равна  $D_1 = +5,5$  дптр. Какова оптическая сила той же линзы  $D_2$ , погруженной в воду, если коэффициент преломления стекла  $n_{ст} = 1,5$ , а коэффициент преломления воды  $n_в = 1,33$ ?

**1.2.** У призмы с преломляющим углом  $\theta = 50^\circ$  угол наименьшего отклонения  $\varepsilon_{\min} = 35^\circ$ . Каким будет угол наименьшего отклонения при погружении этой призмы в воду, показатель преломления которой  $n_в = 1,33$ ?

**1.3.** На рисунке показаны положения оптической оси тонкой линзы  $LL'$  и ход проходящего сквозь нее луча  $ABC$ . Найдите построением ход произвольного луча  $DE$  за линзой (рис. 1).

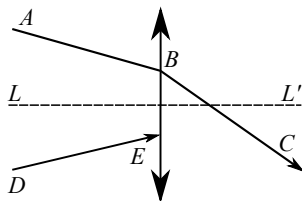


Рис. 1

## I

**1.4.** Луч лазера, направленный под углом  $\alpha = 0,1$  к главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F = 3$  см, наблюдается в виде светящейся точки на экране  $\mathcal{E}$ , расположенном на расстоянии  $L = 540$  см от линзы. Если слева от линзы поставить плоскопараллельную пластинку толщиной  $d = 1$  см, то светящаяся точка смещается по экрану на расстояние  $a = 7$  см. Определить показатель преломления пластины.

**1.5.** Волоконный световод — это тонкая двухслойная стеклянная нить. Внутренняя жила изготавливается из высокопрозрачного стекла с показателем преломления  $n_1$ . Показатель преломления материала оболочки  $n_0 < n_1$ , поэтому лучи распространяются внутри жилы, претерпевая полное внутреннее отражение на границе жила-оболочка. Рассчитайте угловую апертуру волоконного световода, т.е. максимальный угол  $\varphi$  между падающим на торец световода лучом и осью световода, который может канализоваться световодом.

**1.6.** (1.38) Зрительная труба с фокусным расстоянием объектива  $f = 50$  см настроена на бесконечность. На какое расстояние  $\Delta L$  надо передвинуть окуляр трубы, чтобы ясно видеть предметы на расстоянии  $50$  м?

**1.7.** Микроскоп имеет объектив с фокусным расстоянием  $f_1 = 1$  см и окуляр с фокусным расстоянием  $f_2 = 3$  см, расстояние между ними

$d = 20$  см. На каком расстоянии  $L_1$  должен находиться объект, чтобы окончательное изображение получилось на расстоянии  $L_2 = 25$  см от глаза (что является минимальным расстоянием ясного зрения)? Какое при этом получится линейное увеличение  $\alpha$ ?

## II

**1.8.** Сторона  $AB$  квадрата  $ABCD$  расположена на оптической оси собирающей линзы, причём расстояние от линзы до точки  $A$  в два раза больше фокусного расстояния линзы. Линза создаёт действительное изображение квадрата. Площадь изображения составляет  $3/8$  площади квадрата  $ABCD$ . С каким увеличением  $\Gamma_{BC}$  изображается сторона  $BC$ ?

**1.9.** За рассеивающей линзой с фокусным расстоянием  $f = 11$  см расположено вогнутое сферическое зеркало. Эта система отражает лучи, параллельные главной оптической оси линзы, точно в обратном направлении. Определите радиус кривизны зеркала  $R$ , если расстояние между линзой и зеркалом  $d = 6$  см.

**1.10.** (1.37) Галилеева труба 9-кратного увеличения имеет длину 40 см. После того как объектив и окуляр трубы заменили собирающими линзами, труба стала давать то же увеличение. Определить фокусные расстояния  $f'_1$  и  $f'_2$  этих линз, а также фокусные расстояния  $f_1$  и  $f_2$  объектива и окуляра галилеевой трубы.

## III

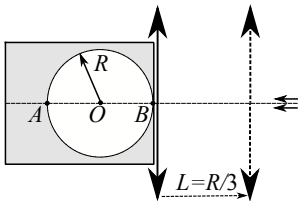


Рис. 2

**1.11.** Воздушный пузырёк радиуса  $R$  в жидкости касается плоской поверхности тонкой прозрачной стенки сосуда, к которой вплотную приставлена собирающая линза (см. рис. 2). На линзу вдоль диаметра  $AB$  пузырька падает параллельный пучок света. Диаметр пучка значительно меньше радиуса пузырька. Параметры оптической системы таковы, что фокусировка света, вошедшего в пузырёк, происходит в точке  $A$ . Определить показатель преломления жидкости, окружающей пузырёк, если при смещении линзы на расстояние  $L = R/3$  от пузырька свет фокусируется в точке  $O$  (в центре пузырька).

## 2. Интерференция волн. Временная когерентность.

### 0

**2.1.** Запишите уравнение распространяющейся в вакууме плоской монохроматической волны, волновой вектор которой лежит в плоскости  $XU$  и составляет угол  $\alpha$  ( $0 < \alpha < \pi/2$ ). Сделайте поясняющий чертёж (моментальный снимок) электромагнитной волны, на котором изобразите векторы электрического и магнитного полей, а также волновой фронт.

**2.2.** При освещении мыльной плёнки зелёным светом ( $\lambda = 520$  нм) она кажется чёрной. Для какой минимальной толщины мыльной плёнки (показатель преломления  $n = 1,33$ ) это возможно?

**2.3.** В интерференционном опыте используется источник света со средней длиной волны  $\lambda = 600$  нм и шириной спектра  $\Delta\lambda = 1$  нм. Оцените максимальное число интерференционных полос, которые можно наблюдать в этом опыте.

### I

**2.4.** Пучки света с длиной волны  $\lambda = 500$  нм, преломлённые каждой из половинок бипризмы Френеля, интерферируют между собой. При каком расстоянии между бипризмой и экраном на нём будут наблюдаться интерференционная картина максимального размера при нормальном падении света на боковую грань бипризмы? Расстояние между вершинами бипризмы  $2a = 5$  см, показатель преломления материала бипризмы  $n = 1,5$ , преломляющий угол  $\alpha = 10^{-3}$  рад. Определите ширину интерференционных полос и их число для этого случая.

**2.5.** (3.16) В очень тонкой клиновидной пластинке в отражённом свете при нормальном падении наблюдаются интерференционные полосы. Расстояние между соседними тёмными полосами  $\Delta x = 5$  мм. Зная, что длина световой волны  $\lambda = 580$  нм, а показатель преломления пластинки  $n = 1,5$ , найти угол  $\alpha$  между гранями пластинки.

**2.6.** (3.25) Найти фокусное расстояние  $f$  плосковыпуклой линзы, применённой для получения колец Ньютона, если радиус третьего светлого кольца равен 1,1 мм,  $n = 1,6$ ,  $\lambda = 589$  нм. Кольца наблюдаются в отражённом свете.

**2.7.** (4.2) Найти разность длин волн D-линий Na, если известно, что резкость интерференционной картины, наблюдаемой в интерферометре с двумя лучами, минимальна у 490-й, 1470-й и т.д., а максимальна у 1-й, 980-й и т.д. полос. Средняя длина волны D-линий  $\lambda = 5893\text{А}$ .

## II

**2.8.** (3.11) Из линзы с фокусным расстоянием  $f = 50$  см вырезана центральная часть шириной  $a$ , как показано на рис. 3. Обе половины линзы сдвинуты до соприкосновения. По одну сторону линзы помещён точечный источник монохроматического света ( $\lambda = 600$  нм). С противоположной стороны линзы помещён экран, на котором наблюдаются полосы интерференции. Расстояние между соседними светлыми полосами  $\Delta x = 0,5$  мм и не изменяется при перемещении экрана вдоль оптической оси. Найти  $a$ .

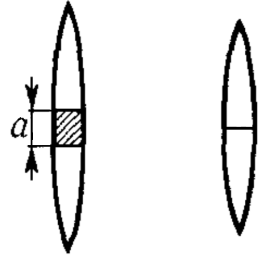


Рис. 3

**2.9.** (3.27) Плоскопараллельная стеклянная пластинка лежит на одной из поверхностей двояковыпуклой линзы. При наблюдении колец Ньютона в отражённом свете натриевой горелки ( $\lambda = 5890 \text{ \AA}$ ) найдено, что радиус тёмного кольца порядка  $m = 20$  (центральному кольцу соответствует  $m = 0$ ) равен  $r_1 = 2$  мм. Когда пластинка была положена на другую поверхность линзы, радиус тёмного кольца того же порядка сделался равным  $r_2 = 4$  мм. Определить фокусное расстояние линзы, если показатель преломления стекла, из которого она изготовлена,  $n = 1,5$ .

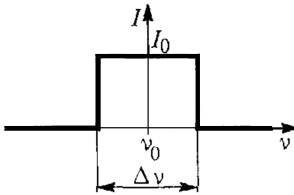


Рис. 4

**2.10.** (4.11) Определить видность  $V$  интерференционной картины в некотором интерферометре, использующем квазимонохроматический источник света, спектр излучения которого изображён на рис. 4. Как зависит видность  $V$  от ширины спектра  $\Delta\nu$ ?

## III

**2.11.** (4.10) Интерференционные полосы равной толщины наблюдаются на воздушном клине между двумя стеклянными пластинками с углом при вершине  $\alpha = 1'$ . Полосы получаются в свете зелёной линии ртути с длиной волны  $\lambda = 546,1$  нм и шириной  $\Delta\lambda = 1$  нм. Определить: 1) расстояние  $\Delta x$  между двумя соседними полосами; 2) максимальное количество полос  $N$ , которые можно было бы видеть на клине, если бы его размеры не были ограничены; 3) расстояние  $x$  последней наблюдаемой полосы от вершины клина и толщину  $h$  клина в этом месте.

### 3. Интерференция волн. Пространственная когерентность.

0

**3.1.** Дайте определение апертуры интерференции. Найдите апертуру интерференции в опыте с бипризмой с преломляющим углом  $\alpha$  и показателем преломления  $n$  если источник и плоскость наблюдения расположены на одинаковых расстояниях от бипризмы.

**3.2.** а) Запишите условие наблюдения интерференции при использовании протяжённого квазимонохроматического источника с длиной волны  $\lambda$ . Размер источника  $b$ , апертура интерференции  $\Omega$ . б) Дайте определение радиуса пространственной когерентности.

**3.3.** На экран с двумя узкими параллельными щелями падают лучи непосредственно от Солнца. При каком расстоянии  $D$  между щелями могут наблюдаться интерференционные полосы? Угловой диаметр Солнца  $\alpha \approx 0,01$  рад.

I

**3.4.** (5.3) Изображение Солнца получено при помощи линзы с фокусным расстоянием  $f = 50$  мм на отверстии экрана (размер отверстия равен величине изображения). За экраном помещены две узкие параллельные щели на расстоянии  $D = 1$  мм друг от друга. При каком расстоянии  $L$  между экраном и щелями могут наблюдаться интерференционные полосы? Угловой диаметр Солнца  $\alpha \approx 0,01$  рад.

**3.5.** (5.9) Наблюдаются полосы равной толщины в воздушном клине между двумя плоскопараллельными стеклянными пластинками, образующими между собой очень малый угол. Клино освещается рассеянным светом. Наблюдение ведётся невооружённым глазом с расстояния ясного зрения  $L = 25$  см в направлении, перпендикулярном к поверхности клина, причём глаз может смещаться перпендикулярно к ребру клина. Оценить максимальное число интерференционных  $N$ , которое может видеть глаз в монохроматическом свете при таком способе наблюдения, если диаметр зрачка глаза  $d = 5$  мм. Оценить степень монохроматичности света, необходимую для того, чтобы такое максимальное число полос могло наблюдаться.

**3.6.** (5.12) Источник света  $S$  расположен на расстоянии  $L = 1$  м от тонкой слюдяной пластинки толщиной  $h = 0,1$  мм с показателем преломления  $n = 1,4$  (рис. 5). На таком же расстоянии от пластинки расположен небольшой экран  $\mathcal{E}$ , ориентированный перпендикулярно отражённым лучам, на котором наблюдаются интерференционные полосы.



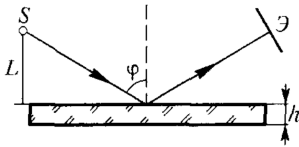


Рис. 5

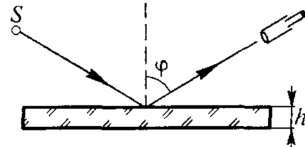


Рис. 6

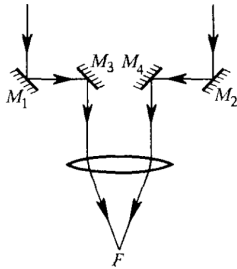


Рис. 7

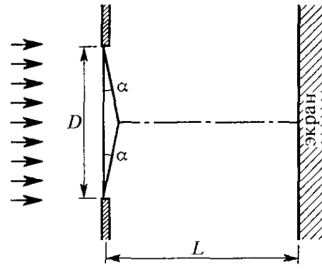


Рис. 8

Угол  $\varphi = 60^\circ$ . Найти порядок  $m$  интерференционной полосы в центре экрана и ширину  $\Delta \ell$  интерференционных полос. Оценить допустимый размер  $b$  и допустимую монохроматичность  $\Delta \lambda$  источника. Используется зелёный свет с длиной волны  $\lambda = 560$  нм.

**3.7.** (5.18) На рис. 7 изображена схема установки Майкельсона, предназначенной для измерения угловых диаметров звёзд. Зеркала  $M_1, M_2, M_3, M_4$  направляют в объектив телескопа два пучка света, интерферирующие друг с другом в фокальной плоскости объектива. При измерении углового диаметра гигантской красной звезды Бетельгейзе Майкельсон нашёл, что интерференционные полосы исчезли, когда расстояние между внешними зеркалами  $M_1$  и  $M_2$  равнялось 306,5 см. Считая, что эффективная длина волны света от Бетельгейзе равна 575 нм, вычислить угловой диаметр этой звезды  $\psi$ .

## II

**3.8.** (5.1) Найти видность  $V$  интерференционной картины в опыте Юнга при использовании протяжённого источника света. Размер источника света  $b$ , расстояние от источника до экрана со щелями  $L$ , расстояние между щелями  $d$ . Средняя длина волны  $\lambda = 500$  нм.

**3.9.** (5.13) С помощью зрительной трубы, установленной на бесконечность, наблюдают интерференционные полосы в тонкой плоскопараллельной стеклянной пластинке толщиной  $h = 0,2$  мм с показателем

преломления  $n = 1,41$ ; при этом угол наблюдения  $\varphi$  может изменяться от  $0$  до  $90^\circ$  (рис. 6). Найти максимальный и минимальный порядок интерференционных полос. Оценить допустимую некохроматичность  $\Delta\lambda$  источника, при которой будут достаточно чётко наблюдаться все интерференционные полосы. Каков допустимый размер источника света в этом интерференционном эксперименте? Используется зелёный свет с длиной волны  $\lambda = 560$  нм.

**3.10.** (5.19) Параллельный пучок света от удалённого источника с длиной волны  $\lambda = 500$  нм падает на бипризму с преломляющим углом  $\alpha = 10^{-2}$  рад и шириной  $D = 2$  см, выполненную из стекла с показателем преломления  $n = 1,5$  (рис. 8). 1) На каком расстоянии  $L$  от бипризмы следует расположить экран, чтобы на нем можно было наблюдать максимально возможное число интерференционных полос? 2) Оценить допустимую некохроматичность  $\Delta\lambda$  света, необходимую для наблюдения всех полос. 3) Оценить допустимый угловой размер  $\psi$  источника в этом интерференционном опыте.

### III

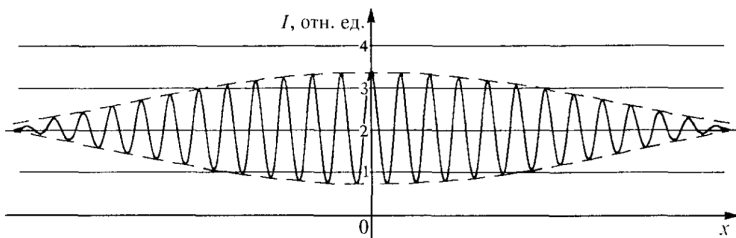


Рис. 9

**3.11.** (5.15) Интерференционная картина, полученная при интерференции двух пучков одинаковой интенсивности при апертуре интерференции  $\Omega = 10^{-3}$  рад, изображена на рис. 9. Оценить некохроматичность источника  $\Delta\lambda$  и его линейный размер  $b$ . Средняя длина волны равна  $\lambda = 500$  нм.

## 4. Дифракция Френеля. Зонные пластинки.

### 0

**4.1.** Дайте математическую формулировку принципа Гюйгенса–Френеля.

**4.2.** (6.1) Какова интенсивность света  $J$  в центре дифракционной

картины от круглого экрана, если он закрывает первую зону Френеля? Интенсивность света в отсутствие экрана равна  $J_0$ .

**4.3.** Зонная пластинка содержит 10 прозрачных нечётных зон Френеля. Во сколько раз интенсивность света в фокусе пластинки превышает интенсивность падающего света?

## I

**4.4.** (6.15) Яркий источник можно сфотографировать, поместив между ним и фотопластинкой гладкий непрозрачный шар. Объяснить явление. Диаметр шара  $D = 40$  мм, расстояние от источника до шара  $a = 12$  м, расстояние от шара до изображения  $b = 18$  м, размер источника  $y = 1$  мм. Определить размер изображения  $y$ . Будет ли изображение испорчено, если поверхность шара испещрена множеством неправильных царапин, глубина которых  $h$  порядка 0,1 мм? Можно ли шар заменить диском?

**4.5.** (6.20) В плоскопараллельной стеклянной пластинке с показателем преломления  $n$ , на которую нормально падает плоская волна, вырезано круглое отверстие размером в одну зону Френеля для некоторой точки  $P$ , лежащей на оси системы. Определить, при какой толщине пластинки  $h$  интенсивность колебаний в точке  $P$  будет максимальной. Найти  $J_{\max}$ , если в отсутствие пластинки интенсивность равна  $J_0$ . Длина волны падающего света равна  $\lambda$ .

**4.6.** (6.33) Точечный источник света и точка наблюдения  $P$  расположены симметрично на расстоянии  $2L$  на оси круглого отверстия в непрозрачном экране. Отверстие оставляет открытой одну зону Френеля для точки  $P$ . Во сколько раз изменится интенсивность света в точке  $P$ , если к отверстию без нарушения осевой симметрии приложить тонкую линзу с фокусным расстоянием  $f = L$ ?

**4.7.** (6.43) Линза с фокусным расстоянием  $f = 50$  см и диаметром  $D = 5$  см освещается параллельным монохроматическим пучком света с длиной волны  $\lambda = 630$  нм. Найти, во сколько раз интенсивность волны  $J$  в фокусе линзы превышает интенсивность волны  $J_0$ , падающей на линзу. Оценить размер  $b$  пятна в фокальной плоскости.

## II

**4.8.** (6.50) На пути сферической монохроматической волны, сходящейся в точке  $O$ , на расстоянии  $z = R_0$  от точки  $O$  устанавливается экран с круглым отверстием (рис. 10). Размер отверстия таков, что при освещении экрана плоской волной с той же длиной волны на нем укладывалось бы три зоны Френеля для точки  $O$ . Найти интенсивность света в точке  $O$ , принимая интенсивность в плоскости экрана равной  $J_0$ .

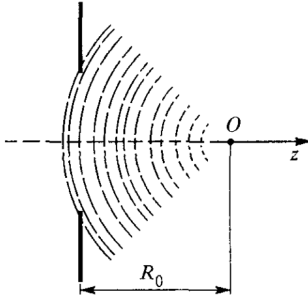


Рис. 10

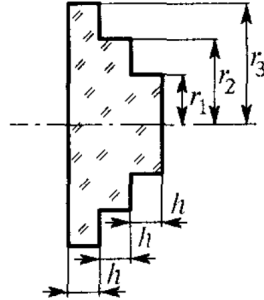


Рис. 11

Определить, при каких значениях  $z$  будут наблюдаться локальные минимумы интенсивности, если точку наблюдения удалять от точки  $O$  в область  $z > R_0$ .

**4.9.** (6.31) Перед тонкой линзой с оптической силой  $D = 2,5$  дптр расположен непрозрачный экран с круглым отверстием  $r = 1,1$  мм. На экран параллельно оптической оси падает пучок света с длиной волны  $\lambda = 550$  нм. Измеряется интенсивность света  $J_1$  в фокусе линзы, после этого линзу убирают и вновь измеряют интенсивность света  $J_2$  в той же точке. Найти отношение  $J_1/J_2$ .

**4.10.** (6.44) Зонная пластинка с радиусом 1-й зоны Френеля  $r_1 = 0,5$  мм помещена перед отверстием в экране диаметром  $D = 1$  см. Пластинка освещается параллельным монохроматическим пучком света с длиной волны  $\lambda = 500$  нм и интенсивностью  $J_0$ . Определить интенсивность  $J$  волны в фокусе пластинки. Оценить размер  $b$  пятна в фокальной плоскости.

### III

**4.11.** (6.39) Зонная пластинка, вырезанная из стекла с показателем преломления  $n$ , представляет собой тело вращения, сечение которого показано на рис. 11. Пластинка помещена в непрозрачную оправу. Радиусы ступенек  $r_1 = 2$ ,  $r_2 = 4$ ,  $r_3 = 6$  мм. Толщина ступенек  $h$  одинакова. Определить максимальное фокусное расстояние  $f_{\max}$  пластинки для света с длиной волны  $\lambda = 500$  нм. Указать, при какой толщине  $h$  интенсивность в фокусе будет наибольшей. Какой максимальный выигрыш в интенсивности будет давать такая система?

## 5. Дифракция Фраунгофера. Разрешающая способность оптических инструментов и спектральных приборов.

0

**5.1.** Укажите, на каких расстояниях от отверстия радиуса  $r$ , освещённого монохроматическим пучком света с длиной волны  $\lambda$ , наблюдаются явления геометрической оптики, дифракция Френеля и дифракция Фраунгофера.

**5.2.** Оцените угловую полуширину главного максимума в дифракционной картине Фраунгофера на щели ширины  $b$ , освещаемой параллельным пучком света с длиной волны  $\lambda$ .

**5.3.** Пользуясь решением для дифракции Фраунгофера на круглом отверстии, оцените угловую разрешающую способность телескопа, имеющего зеркало диаметром  $D = 10$  м при наблюдении на длине волны  $\lambda = 550$  нм.

**5.4.** Параллельный пучок монохроматического света с длиной волны  $\lambda$  падает на дифракционную решётку с периодом штрихов  $d$ . Найти угловые положения дифракционных максимумов в области дифракции Фраунгофера.

I

**5.5.** Плоская электромагнитная волна с длиной волны  $\lambda$  падает на прямоугольную щель ширины  $2b$  ( $2b \gg \lambda$ ). Найти угловое распределение интенсивности света на большом расстоянии от щели (т.е. при фраунгоферовой дифракции). Как изменится картина дифракции, если а) волна падает под углом  $\alpha$  к плоскости щели? б) по центру щели поместить тонкую полоску шириной  $2\delta$ ?

**5.6.** (7.39) Каково должно быть увеличение зрительной трубы для того, чтобы полностью использовать разрешающую способность её объектива?

**5.7.** (7.54) В фокальной плоскости объектива телескопа помещена фотопластинка. Освещённость изображения звезды на фотопластинке в  $\alpha = 10$  раз меньше освещённости дневного неба. Во сколько раз надо увеличить диаметр объектива, чтобы освещённость изображения звезды на фотопластинке стала в  $\beta = 10$  раз больше освещённости изображения неба?

**5.8.** (8.40) Свет от удалённого источника, угловой размер которого составляет  $\psi = 10^{-3}$  рад, падает на дифракционную решётку. Оце-

нить, какую максимальную разрешающую способность  $(\lambda/\delta\lambda)_{\max}$  решётки можно получить в таких условиях.

## II

**5.9.** (7.10) С самолёта, летящего на высоте  $H = 5$  км, производится аэрофотосъёмка местности. Какими следует выбрать фокусное расстояние  $f$  и диаметр объектива  $D$  фотоаппарата, чтобы сфотографировать объекты размером  $\ell \approx 2,5$  см на фотоплёнку с разрешающей способностью  $n = 500$  штрих/мм? На какое время  $\tau$  следует открывать затвор фотоаппарата (экспозиция), чтобы движение самолёта со скоростью  $v = 360$  км/час не приводило к размытию изображения?

**5.10.** (7.48) Космонавты прибыли на Луну. Чтобы сообщить об этом на Землю, они растягивают на поверхности Луны чёрный круглый тент. Каким должен быть радиус  $r$  этого тента, чтобы его можно было заметить с Земли в телескоп с объективом  $D = 5$  м? Контрастная чувствительность приёмника 0,01.

**5.11.** Оценить разрешающую способность решётки с периодом 2,5 мкм и шириной 3 см в спектре максимально возможного порядка, в котором дифракционные картины соседних порядков для видимого света ещё не перекрываются.

## III

**5.12.** (8.42) Наблюдается дифракция параллельного пучка монохроматического излучения с частотой  $\nu = 1015$  Гц, падающего нормально на дифракционную решётку с числом штрихов  $N = 1,5 \cdot 10^4$ . Во сколько раз изменится угловая расходимость в 1-м порядке, если падающее на решётку излучение промодулировать так, чтобы были сформированы короткие импульсы длительностью  $\tau = 10^{-12}$  с?

## 6. Дисперсия. Поляризация света. Элементы кристаллооптики.

### 0

**6.1.** Найти групповую скорость электромагнитной волны  $u = \frac{d\omega}{dk}$ , если известна а) зависимость её фазовой скорости от длины волны  $v(\lambda)$ , б) зависимость показателя преломления среды от длины волны  $n(\lambda)$ .

**6.2.** Найдите связь между фазовой  $v$  и групповой  $u$  скоростями для электромагнитных волн в ионосфере, закон дисперсии которой имеет вид  $v = (c^2 + b^2\lambda^2)^{1/2}$ , где  $c$  — скорость света в вакууме,  $\lambda$  — длина волны в среде,  $b$  — некоторая постоянная величина.

**6.3.** (11.3) Параллельный пучок света падает нормально на пластинку исландского шпата, вырезанную так, что оптическая ось лежит в плоскости пластинки. Определить разность хода  $\Delta$  обыкновенного и необыкновенного лучей, прошедших через пластинку. Толщина пластинки равна 0,03 мм; показатель преломления обыкновенной волны  $n_o = 1,658$ , необыкновенной  $n_e = 1,486$ .

**6.4.** Свет с длиной волны  $\lambda = 625,5$  нм с круговой поляризацией падает нормально на пластинку из предыдущей задачи. Какую поляризацию будет иметь свет после прохождения пластинки?

## I

**6.5.** Показатель преломления ионосферы для радиоволн с частотой  $\nu = 10$  МГц равен  $n = 0,9$ . Найти концентрацию  $N$  электронов в ионосфере, а также фазовую  $v$  и групповую  $u$  скорости для этих радиоволн. Волны каких частот могут проходить через ионосферу при распространении волны вверх, а какие будут полностью отражаться?

**6.6.** (10.27) На круглую пластинку из  ${}^9_4\text{Be}$  (плотность  $\rho = 1,85$  г/см<sup>3</sup>) падает плоская монохроматическая волна от рентгеновского лазера, имеющая длину  $\lambda = 10$  нм. Расстояние до точки  $P$  наблюдения  $L = 1$  м. Определить диаметр и толщину пластинки, при которых интенсивность в точке  $P$  максимальна. Определить величину максимальной интенсивности. Поглощением в пластинке пренебречь. (При взаимодействии с рентгеновским излучением электроны можно считать свободными).

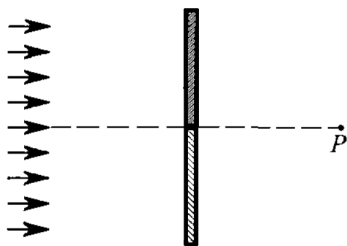


Рис. 12

**6.7.** (11.27) Плоская волна монохроматического света, поляризованного по кругу, создаёт в точке  $P$  интенсивность  $J_0$ . На пути волны ставят две большие пластинки в  $\lambda/4$ , как показано на рис. 12. Главные направления пластинок ориентированы взаимно перпендикулярно. Найти интенсивность  $J$  в точке  $P$ .

**6.8.** (11.16) Смесь света, поляризованного по кругу, и естественного рассматривается через кристаллическую пластинку в четверть волны и николю. При вращении николя вокруг оси светового пучка найдено, что максимальная интенсивность света, прошедшего через систему в  $m = 3$  раза, превосходит минимальную интенсивность. Найти отношение интенсивности света  $J_k$ , поляризованного по кругу, к интенсивности естественного света  $J_e$ .

## II

**6.9.** (11.35) Параллельный пучок неполяризованного монохроматического света падает на пластинку в  $\lambda/2$ . Интенсивность света в некоторой точке наблюдения  $P$  за пластинкой равна  $J_0$ . Из пластинки вырезают диск, закрывающий полторы зоны Френеля для точки  $P$ . Диск повернули вокруг луча на угол  $\pi/2$  и поставили на место. Какой стала интенсивность  $J$  в точке  $P$ ?

**6.10.** (10.5) Вычислить групповую скорость  $u$  для различных законов дисперсии ( $v$  — фазовая скорость):

1.  $v = a$  ( $a = \text{const}$ ) — недиспергирующая среда, например звуковые волны в воздухе;
2.  $v = a\sqrt{\lambda}$  — волны на поверхности глубокого водоёма, вызываемые силой тяжести (гравитационные волны);
3.  $v = a/\sqrt{\lambda}$  — волны на поверхности воды при наличии поверхностного натяжения (капиллярные волны);
4.  $v = a/\lambda$  — поперечные колебания стержня;
5.  $v = c\omega/\sqrt{\omega^2\varepsilon - c^2\alpha^2}$  — электромагнитные волны в прямолинейном волноводе, заполненном диспергирующей средой с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$  ( $c$  — скорость света в вакууме,  $\alpha$  — постоянная, зависящая от размеров и формы поперечного сечения волновода).

**6.11.** (11.1) Найти наименьшую толщину  $d$  пластинки кварца, вырезанной параллельно оптической оси, чтобы падающий плоско поляризованный свет выходил поляризованным по кругу ( $n_e = 1,5533$ ,  $n_o = 1,5442$ ,  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  см).

## III

**6.12.** (11.54) Параллельный пучок естественного света интенсивностью  $J_0$  и длины волны  $\lambda$  падает на систему из двух скрещенных поляроидов  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  и клина  $K$  из кварца с малым преломляющим углом  $\alpha$ . Показатели преломления кварца равны  $n_e$  и  $n_o$ . Оптическая ось клина параллельна его ребру и составляет

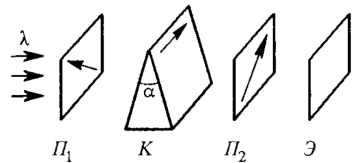


Рис. 13

угол  $45^\circ$  с разрешёнными направлениями поляроидов (рис. 13). Пройдя через систему, свет падает на белый экран  $\mathcal{E}$ . Найти распределение интенсивности света  $J(x)$  на экране. Что увидит наблюдатель на экране  $\mathcal{E}$ , если между ним и поляроидом  $\Pi_2$  расположить линзу с фокусным расстоянием  $f$ , так чтобы экран оказался в её фокальной плоскости?



## Отвѣты

- 1.1.**  $D_2 = +1,4$  дптр. **1.2.**  $\varepsilon_{\min} = 10,9^\circ$ . **1.4.**  $n = 1,6$  **1.5.**  $\sin \varphi =$   
**1.6.**  $\Delta L = 0,5$  см. **1.7.**  $L_1 = 1,06$  см,  $\alpha = 153$ . **1.8.**  $\Gamma_{BC} = 1/2$ .  
**1.9.**  $R = 17$  см. **1.10.**  $f'_1 = 36$  см;  $f'_2 = 4$  см;  $f_1 = 45$  см;  $f_2 = 5$  см.  
**1.11.**  $n = 3/2$ . **2.2.** 195 нм. **2.3.**  $\sim 1200$ . **2.4.**  $L = 25$  м,  $\Delta x = 25$  см,  $N = 50$ .  
**2.5.**  $\alpha = \lambda/(2n\Delta x) \approx 8''$ . **2.6.** 137 см. **2.7.** **2.8.**  $a = f\lambda/\Delta x = 0,6$  мм.  
**2.9.**  $f = \frac{r_1^2 r_2^2}{r_1^2 + r_2^2} \frac{1}{(n-1)m\lambda} = 54$  см. **2.10.**  $V(d) = \left| \frac{\sin(\pi d \Delta\nu/c)}{\pi d \Delta\nu/c} \right|$ , где  $d$  —  
 разность хода. **2.11.**  $\Delta x = 0,94$  мм,  $N \approx 54600$ ,  $x \approx 51,3$  м,  $h \approx 14,9$  см.  
**3.3.**  $D, \lambda/\alpha \approx 0,05$  мм. **3.4.**  $l > fD\alpha/\lambda \approx 100$  см. **3.5.**  $N = 4L^2/d^2 \approx 10^4$ ,  
 $\Delta\lambda/\lambda \approx 10^{-4}$ . **3.6.**  $m = 360$ ,  $b \approx 2,8$  см,  $\Delta\lambda \approx 1,6$  нм. **3.7.**  $\psi \approx 2 \cdot 10^{-7}$  рад.  
**3.8.**  $V(b) = \left| \frac{\sin \xi}{\xi} \right|$ , где  $\xi = \frac{\pi b d}{\lambda R_0}$ . **3.9.**  $m_{\min} \approx 720$ ,  $m_{\max} \approx 1000$ ,  $\Delta\lambda \leq 0,5$  нм,  
 любые размеры. **3.10.** 1)  $L = \frac{D}{4\alpha(n-1)} = 1$  м,  $\Lambda = 5 \cdot 10^{-3}$  см. 2)  
 $\Delta\lambda = 5$  нм, 3)  $\psi \leq 2\lambda/D = 5 \cdot 10^{-5}$ . **3.11.**  $b = \lambda/2\Omega = 2,5 \cdot 10^{-2}$  см,  
 $\Delta\lambda = 50$  нм. **4.2.**  $J = J_0$ . **4.3.** 40. **4.4.**  $y' = by/a = 10,5$  мм.  
**4.5.**  $h = \frac{(2m+1)\lambda}{2(n-1)}$ ,  $m = 0, 1, 2, \dots$ ,  $J_{\max} = 9J_0$ . **4.6.** Увеличится в 2 ра-  
 за. **4.7.**  $J/J_0 = \left( \frac{\pi D^2}{4f\lambda} \right)^2 \approx 3,9 \cdot 10^7$ ,  $b \approx 2\lambda f/D = 10^{-3}$  см. **4.8.**  $J = 9\pi^2 J_0$ ,  
 $z = 3R_0$ . **4.9.**  $J_1/J_2 = (m\pi)^2/2 \approx 150$ , где  $m = r^2 D/\lambda = 5,5$ . **4.10.**  $J/J_0 =$   
 $= m^2 = 10^4$ ,  $b = 2\lambda f/D = 5 \cdot 10^{-3}$  см. **4.11.**  $f_{\max} = r_1/\lambda = 8$  м,  $h = \frac{2m+1}{2(n-1)}\lambda$ ,  
 $m = 0, 1, 2, \dots$ ;  $J_{\max} = 36J_0$ . **5.5.**  $J \propto \left( \frac{\sin(kb \sin \theta)}{kb \sin \theta} \right)^2$ , где  $k = 2\pi/\lambda$ .  
**5.6.**  $\Gamma \geq D/d$ . **5.7.** В  $\sqrt{\alpha\beta} = 10$  раз. **5.8.**  $R_{\max} \approx 1/\psi = 10^3$ . **5.9.**  $f \geq 40$  см,  
 $D \geq 10$  см,  $\tau \approx 2,5 \cdot 10^{-3}$  с. **5.10.**  $r \geq \sqrt{0,01}\lambda L/D \approx 4$  м, где  $L = 4 \cdot 10^5$  км.  
**5.11.**  $\lambda/\delta\lambda \approx 12000$ . **5.12.**  $\delta\theta_1/\delta\theta_2 = N/\nu\tau \approx 15$ . **6.1.** а)  $u = v(k) + k \frac{dv}{dk} =$   
 $= v(\lambda) - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$ , б)  $u = \frac{c}{n} \left( 1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right)$ . **6.2.**  $\nu u = c^2$ . **6.3.** 5,16 мкм. **6.4.** Линей-  
 ную, под углом  $\pi/4$  к оси кристалла. **6.5.**  $N = \frac{(1-n^2)m\omega^2}{4\pi e^2} = 2,4 \cdot 10^3$  см $^{-3}$ ,  
 $v = 3,3 \cdot 10^{10}$  см/с,  $u = 2,7 \cdot 10^{10}$  см/с, проходят волны с частотой большей  
 $\nu_0 = \sqrt{1-n^2}\nu = 4,3$  МГц. **6.6.**  $D = 2\sqrt{\lambda L} = 10^{-2}$  см,  $h = \frac{\lambda}{2(1-n)}(2m+1) =$   
 $= 0,24 \cdot 10^{-4}(2m+1)$  см;  $J = 9J_0$ . **6.7.**  $J = J_0/2$ . **6.8.**  $J_K/J_e = (m-1)/2 = 1$ .  
**6.9.**  $J = 5J_0$ . **6.10.** 1)  $u = v$ , 2)  $u = v/2$ , 3)  $u = \frac{3}{2}v$ , 4)  $u = 2v$ ,  
 5)  $u = \frac{c^2}{v \varepsilon + \omega \frac{d\varepsilon}{d\omega}}$ . **6.11.**  $d = \frac{\lambda}{4(n_e - n_o)} = 0,014$  мм. **6.12.**  
 $J = \frac{1}{4}J_0(1 - \cos kax(n_e - n_o))$ , где  $k = 2\pi/\lambda$ ; два светлых пятна на рассто-  
 янии  $L = \alpha(n_e - n_o)f$ .

Учебное издание

## ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ КУРСА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ: ОПТИКА

Учебно-методическое пособие  
по курсу *Общая физика*

Составители:

*Гуденко Алексей Викторович*  
*Извекова Юлия Николаевна*  
*Кузьмичев Сергей Дмитриевич*  
*Никитаева Галина Андреевна*  
*Попов Павел Владимирович*  
*Филатов Юрий Николаевич*

Редактор *О. П. Котова*. Корректор *Л. В. Себова*

Подписано в печать 07.02.2013. Формат 60 × 84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Усл. печ. л. 2,0. Уч.-изд. л. 1,8. Тираж 50 экз. Заказ № .

Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«Московский физико-технический институт (государственный университет)»  
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9  
E-mail: [rio@mail.mipt.ru](mailto:rio@mail.mipt.ru)

Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»  
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9  
E-mail: [polygraph@miptic.ru](mailto:polygraph@miptic.ru)