Концепции и модели физики

Кузьмичев Сергей Дмитриевич

МФТИ
Московский Физико-Технический Институт

СОДЕРЖАНИЕ ЛЕКЦИИ №4

1. Реактивное движение. Формула Мещерского. Формула Циолковского.
2. Работа силы. Мощность. Кинетическая энергия. Работа и энергия. Теорема Кёнига.
3. Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальная энергия. Связь силы и потенциальной энергии.
4. Закон сохранения энергии в механике. Финитные и инфинитные движения.
5. Общефизический закон сохранения энергии. Примеры конструкций вечных двигателей первого рода.

1. Движение тел с переменной массой. Реактивное движение.

1.1. Закон сохранения (изменения) импульса для системы

$$\left(m+dm\right)\left(\vec{\upsilon}+d\vec{\upsilon}\right)+dm_{газа}\vec{\upsilon}_{газа}-m\vec{\upsilon}=\vec{F}dt,$$

$$dm_{газа}=-dm,\ \vec{\upsilon}_{газа}=\vec{\upsilon}+\vec{u}$$

1.2.***Уравнение Мещерского*** (уравнение динамики точки с переменной массой)

$$m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}=\vec{u}\frac{dm}{dt}+\vec{F}=-\vec{u}\mu+\vec{F},$$

$\mu=-\dfrac{dm}{dt}$ - расход топлива

Реактивная сила $\vec{F}_p=-\vec{u}\mu$

1.3. Формула Циолковского

$$F=0,\ m\frac{d\upsilon}{dt}=-u\frac{dm}{dt},\Rightarrow$$

$$\upsilon=u\ln\left(m_0/m\right),\ \frac{m_0}{m}=e^{\upsilon/u}$$

1.4. Движение ракеты в поле тяжести

$$m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}=\vec{u}\frac{dm}{dt}+m\vec{g},$$

$$\vec{\upsilon}=\vec{u}\ln\left(m_0/m\right)-\vec{g}t,\ \upsilon(t=0)=0$$

Зависание ракеты

$$\frac{d\upsilon}{dt}=0,\ F_p=mg,\ m=m_0\cdot exp\left(-\frac{gt}{u}\right),\ \mu=\frac{m_0 g}{u}exp\left(-\frac{gt}{u}\right)$$

1.5. Расчёт запаса топлива для разгона до первой (второй) космической скорости

$$\upsilon_{1,к} = \sqrt{gR} = 7,9\ км\,/\,с,$$

$$\upsilon_{2,к} = \sqrt{2gR} = 11,2\ км\,/\,с,$$

$$u \approx 2\ км\,/\,с$$

Доля полезного груза в стартовой массе одноступенчатой ракеты (из формулы Циолковского):

Первая космическая скорость

$$\frac{m_0}{m} = e^{\upsilon/u} \approx 52 \;\Rightarrow\; \frac{m}{m_0} \approx 2\%$$

Вторая космическая скорость

$$\frac{m_0}{m} = e^{\upsilon/u} \approx 270 \;\Rightarrow\; \frac{m}{m_0} \approx 0,4\%$$

Ракета «ЭНЕРГИЯ»

Стартовая масса - 2400 т
Полезная нагрузка – 105 т

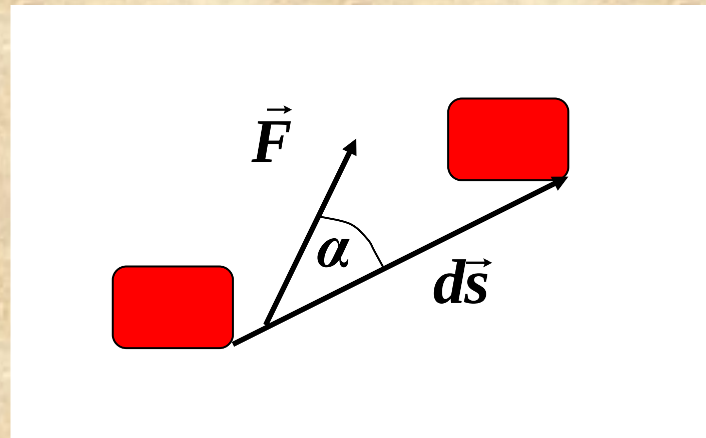
Расход топлива в момент старта

$$\boldsymbol{\mu}\ \ \boldsymbol{t} = 0\ \ = \frac{\boldsymbol{m_0 g}}{\boldsymbol{u}} \approx 980\ \boldsymbol{кг / с}$$

2. Работа силы. Мощность. Кинетическая энергия. Работа и энергия. Теорема Кёнига.

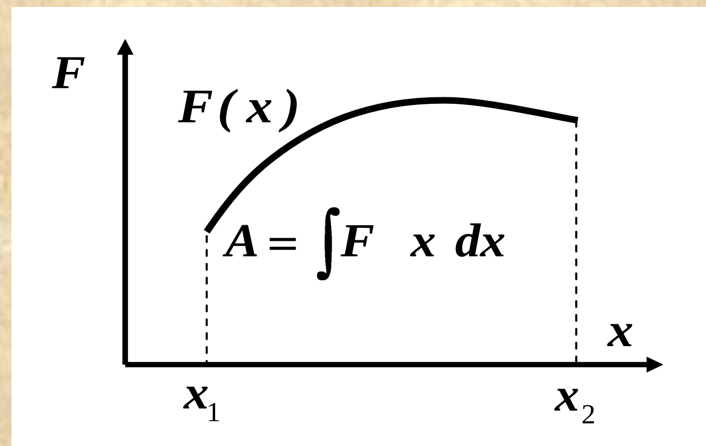
2.1. ***Элементарная работа*** dA силы $\vec{F}$ на малом перемещении $d\vec{s}$ определяется выражением

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{s} = F \cdot ds \cdot \cos\alpha$$



Работа силы $\vec{F}$ вдоль кривой L, соединяющей точки 1 и 2

$$A = \int_L \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

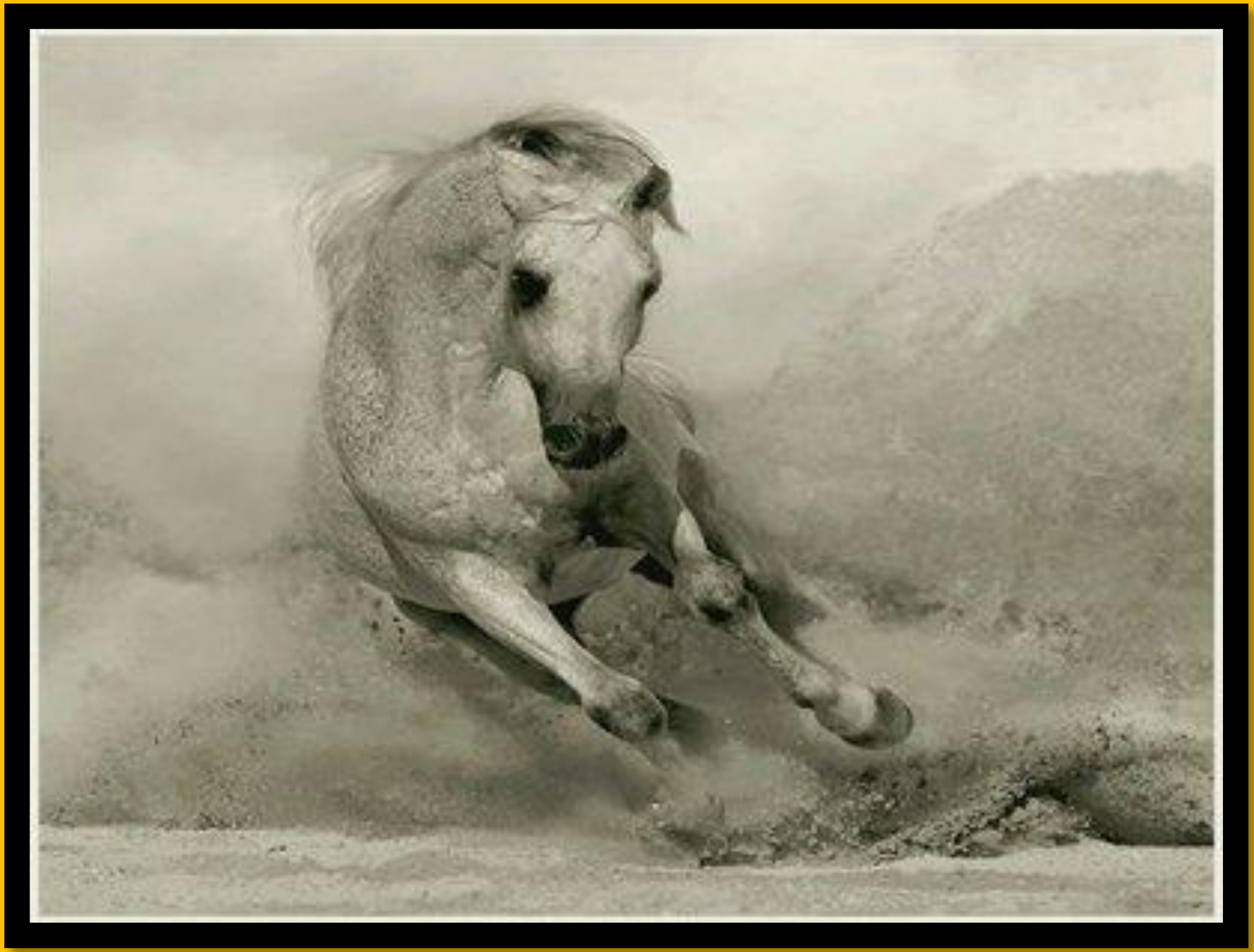


2.2. ***Мгновенная мощность***

$$N = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$


Работа
должна быть в удовольствие
RusDemotivator.Ru


До работы
После работы
Before work
After work



1 лошадиная сила = 735.5 Ватта

2.3. ***Кинетическая энергия*** $\boldsymbol{K}$ материальной точки массой $\boldsymbol{m}$, движущейся со скоростью $\vec{\upsilon}$

$$K = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$$

2.4. ***Теорема об изменении кинетической энергии:*** изменение кинетической энергии материальной точки (тела) равно суммарной работе ***всех*** сил, действующих на неё

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = m\vec{a} \cdot d\vec{r} = m\vec{a} \cdot \vec{\upsilon} dt = m\vec{\upsilon} d\vec{\upsilon} = d\left(\frac{m\upsilon^2}{2}\right) = dK$$

$$K_2 - K_1 = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2} = \sum_i A_i$$

2.5. ***Кинетическая энергия*** системы материальных точек

$$K=\sum\frac{m_i\upsilon_i^2}{2}=\sum\frac{m_i}{2}\;\;\vec{\upsilon}_i'+\vec{V}_C\;\;{}^2=$$

$$=\sum\frac{m_i}{2}\;\;\vec{\upsilon}_i'\;\;{}^2+2\vec{\upsilon}_i'\vec{V}_C+\;\;\vec{V}_C\;\;{}^2\;\;=$$

$$=\sum\frac{m_i}{2}\;\;\vec{\upsilon}_i'\;\;{}^2+\vec{V}_C\sum m_i\vec{\upsilon}_i'+\frac{M\vec{V}_C^2}{2}=$$

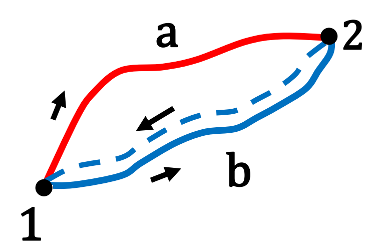
$$=\sum\frac{m_i}{2}\;\;\vec{\upsilon}_i'\;\;{}^2+\frac{M\vec{V}_C^2}{2}=K'+\frac{M\vec{V}_C^2}{2},$$

$$K'=\sum\frac{m_i}{2}\;\;\vec{\upsilon}_i'\;\;{}^2,\qquad M=\sum m_i$$

3. Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальная энергия. Связь силы и потенциальной энергии.

3.1. Силы называются ***консервативными***, если они зависят только от конфигурации материальных точек и ***работа этих сил*** при перемещении системы из произвольного начального положения ***1*** в произвольное конечное положение ***2 не зависит от пути перехода***, а определяется только начальной и конечной конфигурацией системы.

Работа консервативных сил по любому замкнутому пути равна нулю.



$$A_{1a2} = A_{1b2},$$

$$A_{1a2b1} = A_{1a2} + A_{2b1} = $$
$$= A_{1a2} - A_{1b2} = 0$$

3.2. Примеры потенциальных сил: силы всемирного тяготения, кулоновские силы электростатического взаимодействия, упругие силы.

3.3. Примеры расчета работы потенциальных сил.

а) Работа сила тяжести

$$\vec{F}_{ТЯЖ} = m\vec{g},\ \vec{g} = \ 0,0,-g$$

$$A_{ТЯЖ} = \int m\vec{g}d\vec{r} = -\int mgdz = mg\ \ z_1 - z_2\ \ = mg\ \ h_1 - h_2$$

б) Работа силы упругости

$$F_{упр,x} = -kx$$

$$A_{упр} = -\int_{x_1}^{x_2} kx \cdot dx = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right) = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$$

в) Работа центральных сил. Сила называется центральной, если она направлена к одной и той же точке (или от одной и той же точки) и зависит только от расстояния до этой точки (силового центра).

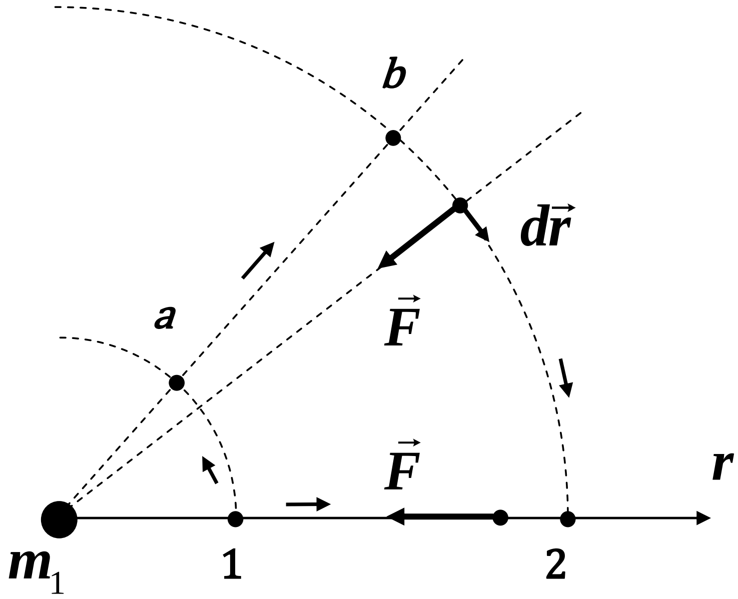
Например, сила гравитационного притяжения двух точечных тел массами

m_1 и m_2

$$F_{тяг} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$A_{тяг} = -\int_{r_1}^{r_2} G\frac{m_1 m_2}{r^2}\cdot dr = G\frac{m_1 m_2}{r_2} - G\frac{m_1 m_2}{r_1}$$

Работа центральных сил по любому замкнутому пути равна нулю.



$$A_{12} = A_{1a} + A_{ab} + A_{b2} = A_{1ab2},$$

$$A_{1a} = A_{b2} = 0, \; A_{12} = A_{ab}$$

3.4 Связь силы $\vec{F}$ и потенциальной энергии U

$$\vec{F} = -\mathbf{grad}\, U = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k} \right)$$

а) Сила тяжести

$$U_{тяж} = mgz, \quad F_x = F_y = 0, \; F_z = -mg$$

б) Сила упругости

$$U_{упр} = \frac{kx^2}{2}, \quad F_{упр,x} = -kx$$

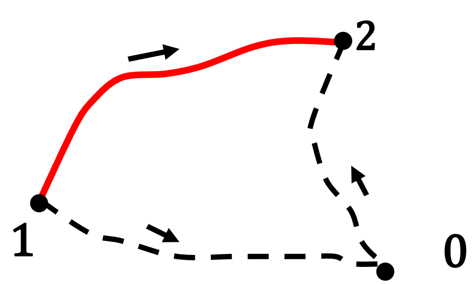
3.5. ***Потенциальная энергия*** связана с взаимодействием тел и отражает способность тела (или системы тел) совершать работу.

Нулевое положение (начало отсчета) – положение системы, принимаемое за начало отсчета потенциальной энергии.

Работа, совершаемая консервативными силами при переходе системы из рассматриваемого положения в нулевое, называется потенциальной энергией системы в первом положении.

Потенциальная энергия системы зависит только от координат материальных точек системы в рассматриваемом положении и определена с точностью до произвольной постоянной.

Работа консервативных сил равна убыли потенциальной энергии.



$$U_0 = 0,\ A_{10} = U_1,\ A_{20} = U_2$$

$$A_{12} = A_{10} + A_{02} = U_1 - U_2$$

3.6. Примеры расчета потенциальной энергии

а) Потенциальная энергия в однородном поле тяжести

$$h_1 = h \geq 0, \quad h_2 = 0$$

$$A_{тяж} = mg \quad h_1 - h_2 \quad = mgh$$

$$U_1 = A_{тяж} + C = mgh + C$$

Полагая потенциальную энергию на нулевом уровне $h = 0$ равной нулю $C = 0$, получаем

$$U = mgh$$

б) Потенциальная энергия ***деформированной пружины.*** Если упругую энергию в недеформированном состоянии (нулевое положение, $x_2 = 0$) принять равной нулю, то при начальной деформации $x_1 = x$

$$U_1 - U_2 = U_1 = A_{упр} = \frac{kx^2}{2}$$

в) ***Потенциальная энергия гравитационного притяжения*** двух материальных точек. Масса m_1 - неподвижна, масса m_2 перемещается в бесконечность $r_1 = r,\ r_2 = \infty$. Принимая потенциальную энергию на бесконечности равной нулю, получаем

$$U \;\; r \;\; - U \;\; \infty \;\; = A_{тяг} = \left(G\frac{m_1 m_2}{r_2} - G\frac{m_1 m_2}{r_1} \right) = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

3.7. Силы трения (сила трения скольжения, сила сопротивления при движении в жидкой или газообразной среде).

$$\boldsymbol{F}_{mp} = -\boldsymbol{F} \cdot \frac{\vec{v}_{omн}}{v_{omн}}$$

а) Полная работа сил трения отрицательна

$$\boldsymbol{A}_{mp} = -\int \boldsymbol{F} \cdot \frac{\vec{v}_{omн}}{v_{omн}} \cdot \boldsymbol{d\vec{r}} =$$

$$= -\int \boldsymbol{F} \cdot v_{omн} \cdot \boldsymbol{dt} = -\boldsymbol{F}\boldsymbol{s}_{omн}$$

б) Работа сил трения на замкнутом пути не равна нулю. Сила трения – неконсервативная сила.

4. Закон сохранения энергии в механике. Финитные и инфинитные движения.

4.1. Сумма кинетической K и потенциальной энергий U системы называется её полной механической энергией E

$$E = K + U$$

В системе с одними только консервативными силами полная механическая энергия остается постоянной. Могут происходить только превращения потенциальной энергии в кинетическую и обратно.

$$E = K + U = const$$

$$K \rightleftarrows U$$

4.2. Изменение механической энергии системы равно суммарной работе $A_{\Sigma,неконс,12}$ всех неконсервативных сил при переходе системы из положения 1 в положение 2

$$E_2 - E_1 = A_{\Sigma,неконс,12}$$

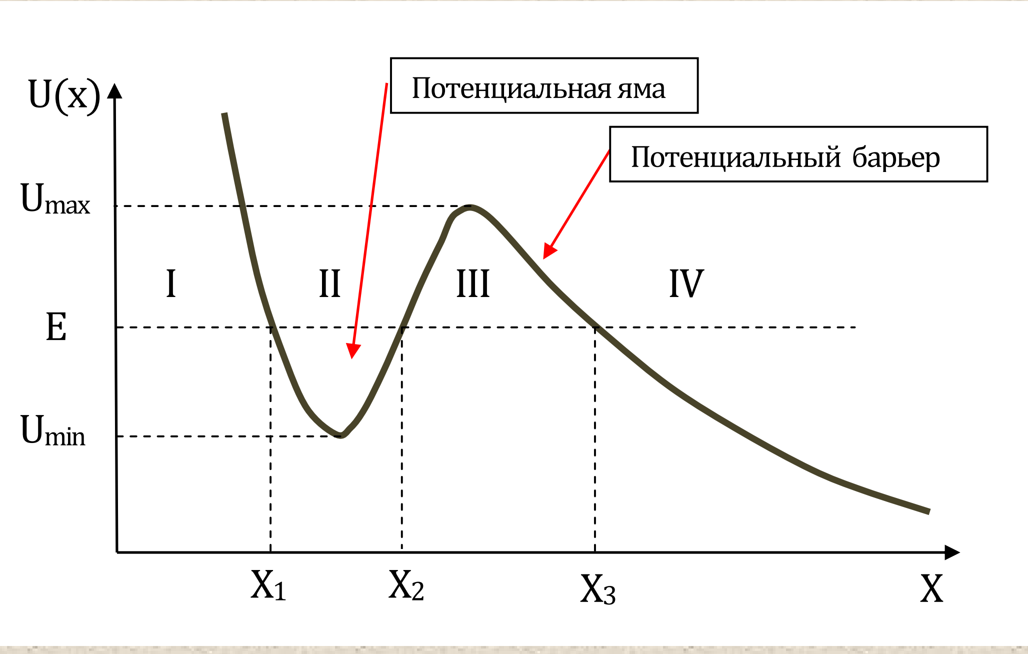
$$A_{\Sigma,12} = A_{\Sigma,конс,12} + A_{\Sigma,неконс,12},$$

$$A_{\Sigma,конс,12} = U_1 - U_2,$$

$$K_2 - K_1 = A_{\Sigma,12} = U_1 - U_2 + A_{\Sigma,неконс,12}$$

4.3. Финитные и инфинитные движения.

$K \geq 0$, $E \geq U$ - это условие определяет область изменения координат системы, в которой она может находится при заданной полной энергии E

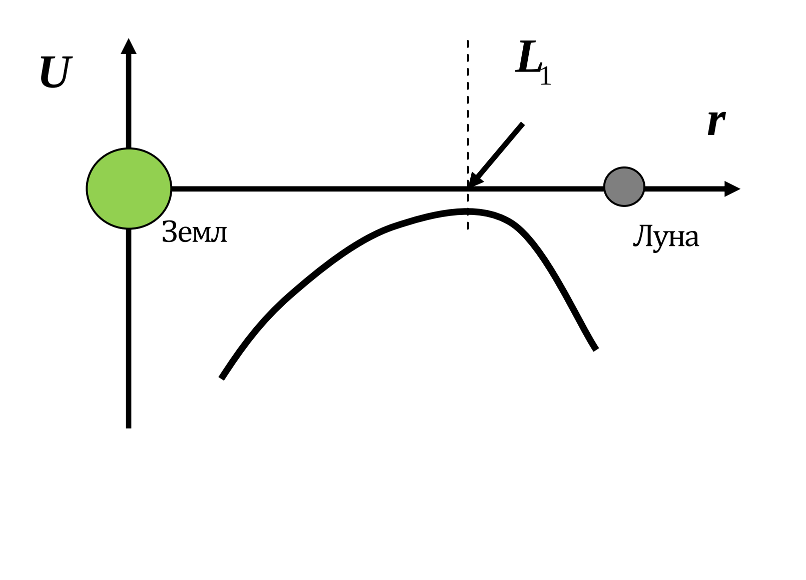


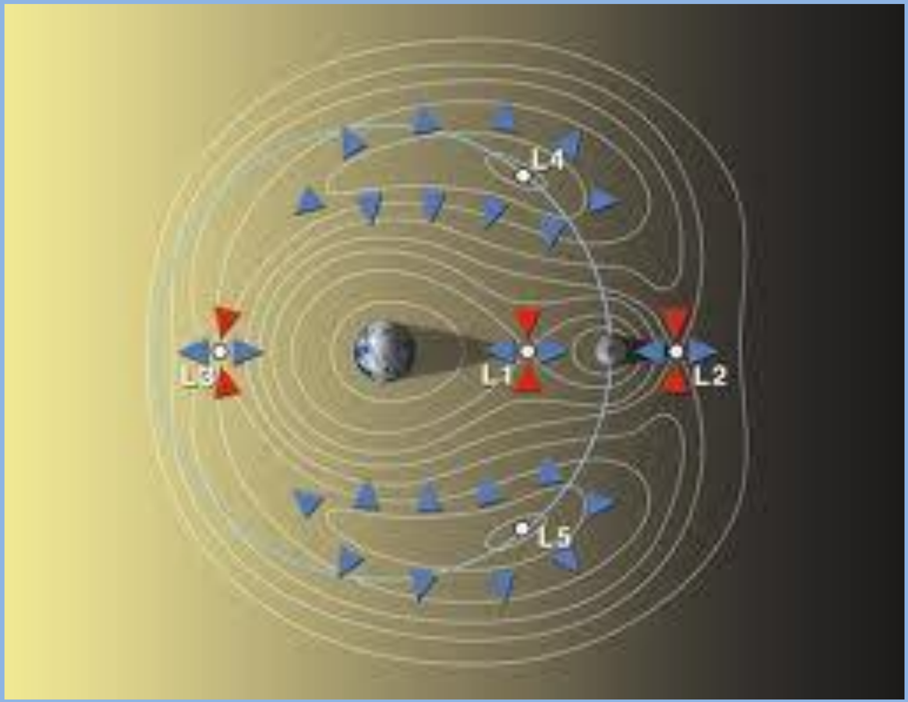
В области II частица с энергией E совершает финитное движение.

В области IV частица с энергией E совершает инфинитное движение.

В областях I и III частица с энергией E не может находиться .

Точки Лагранжа в системе Земля-Луна





5. Общефизический закон сохранения энергии.

Энергия никогда не создается и никогда не уничтожается, она может переходить из одной формы в другую, или от одной части системы к другой.

Проекты вечных двигателей