

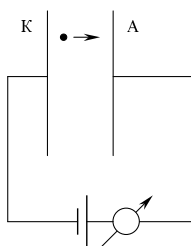
1А. На длинном тонком заряженном проводе, расположенном параллельно горизонтальной металлической плоскости на высоте h от нее, сидят два комара, умеющих летать только вдоль силовых линий электрического поля. На каком расстоянии друг от друга они приземлятся, если оба стартуют из одной точки в горизонтальных направлениях, противоположных друг другу?

2А. Существует принцип, согласно которому токи и напряжения в цепи, состоящей из линейных (подчиняющихся закону Ома) элементов, распределяются таким образом, что диссипируемая в тепло мощность минимальна. Найти с помощью этого принципа напряжения на каждом из трех последовательно соединенных сопротивлений R_1 , R_2 , R_3 , если суммарное падение напряжения на них равно U .

3А. Длинный тонкий многovitковый соленоид с поверхностной плотностью тока i и площадью поперечного сечения $S = \pi r^2$ согнут так, что его ось образует половину окружности радиуса R . Найти величину магнитного поля в центре этой окружности.

4А. Дипольное магнитное поле нейтронной звезды $B_0 \simeq 10^{12}$ Гс, масса $M \simeq 1,5 \cdot 10^{30}$ кг, радиус $R_0 \simeq 10$ км. Определить с помощью численных оценок, куда будет двигаться в этих условиях идеально проводящая капля с плотностью $\rho \simeq 10$ г/см³, находящаяся вблизи поверхности звезды.

5А. Плоский вакуумный диод подключен к источнику постоянного напряжения с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением. Эмиссионная способность катода столь мала, что ток через диод протекает в виде одиночных импульсов отдельных электронов, каждый из которых имеет длительность τ . Найти спектр сигнала на измерительном приборе при прохождении такого импульса.



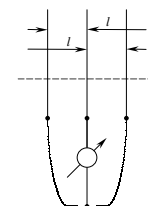
1Б. Сверхпроводящая сфера радиуса R помещена в слабое однородное внешнее магнитное поле. В двух точках, симметричных относительно центра сферы и лежащих вне сферы в экваториальной плоскости, перпендикулярной внешнему магнитному полю, находятся два москита, умеющих летать только вдоль силовых линий магнитного поля. Первоначальное расстояние между ними $2r_0 > 2R$. До какого расстояния они могут приблизиться друг к другу, если вылетают одновременно, в одну сторону и с одинаковой постоянной скоростью.

2Б. Существует принцип, согласно которому токи и напряжения в цепи, состоящей из линейных (подчиняющихся закону Ома) элементов, распределяются таким образом, что диссипируемая в тепло мощность минимальна. Найти с помощью этого принципа токи в каждом из параллельно соединенных сопротивлений R_1 , R_2 , R_3 , если суммарный ток, протекающий по ним, равен I .

3Б. На немагнитную сферу радиуса R намотан соленоид. Линейная плотность поверхностного тока на нем постоянна и равна i . Найти величину магнитного поля в центре сферы.

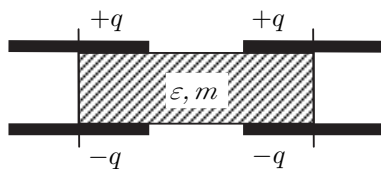
4Б. Дипольное магнитное поле нейтронной звезды $B_0 \simeq 10^{12}$ Гс, масса $M \simeq 1,5 \cdot 10^{30}$ кг, радиус $R_0 \simeq 10$ км. Определить с помощью численных оценок, какие силы будут доминировать в динамике электрона с энергией $\mathcal{E} \simeq 2$ МэВ на расстоянии от звезды порядка радиуса земной орбиты (150 млн. км).

5Б. Через систему тонких плоскопараллельных пластин, соединенных с измерительным прибором так, как показано на схеме, пролетает по нормали к пластинам электрон достаточно высокой энергии, чтобы пронизывать пластины без заметных потерь. Скорость электрона v_0 , ширина каждого зазора l . Определить спектр сигнала на измерительном приборе.



1998/1999 учебный год. Вариант А

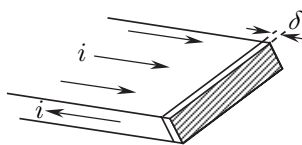
1А. Два одинаковых плоских изолированных конденсатора с квадратными пластинами площадью S расположены, как показано на рисунке. В конденсаторы вставлена длинная диэлектрическая пластинка массой m с диэлектрической проницаемостью ϵ .



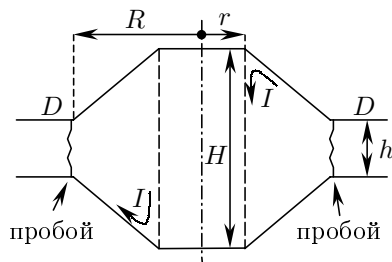
Толщина пластинки равна зазору конденсаторов. В положении равновесия диэлектрик заполняет половину объема каждого из конденсаторов. Конденсаторам сообщены одинаковые заряды q . Емкость конденсаторов без диэлектрика равна C_0 .

- 1) Определить частоту ω_0 малых колебаний диэлектрической пластинки, пренебрегая силами трения.
- 2) Будет ли пластинка совершать колебания, если конденсаторы соединить параллельно? Почему?
- 3) Изменится ли частота колебаний, если на одном из конденсаторов изменить знаки зарядов пластин?

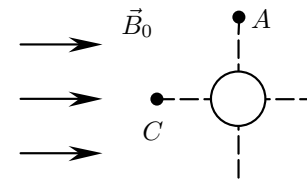
2А. По двум параллельным идеально проводящим плоскостям текут антипараллельные токи с линейной плотностью i . Токи замыкаются через соединяющую плоскости перемычку толщиной δ с удельным сопротивлением ρ . Найти величину и направление вектора Пойнтинга в пространстве между плоскостями.



3А. Нагрузкой импульсного генератора тока служит легкая проводящая оболочка (показана пунктиром). Вся система токопроводов аксиально симметрична и может считаться идеально проводящей. Вскоре после срабатывания генераторов в области D происходит пробой, шунтирующий выходной узел. Какая при этом запасена в нем электромагнитная энергия, если в момент пробоя $I = 8$ МА, $H = 2$ см, $h = 0,5$ см, $r = 1$ см, $R = 5$ см?



4А. Сверхпроводящий шарик помещают во внешнее однородное магнитное поле. При этом поле в точке A оказалось вдвое больше, чем в точке C , находящейся на том же расстоянии r от центра шарика. Каков радиус шарика?



5А. Момент точечного электрического диполя, расположенного в начале координат, направлен вдоль оси z и меняется по закону

$$p_z = p_0 \sin \omega t.$$

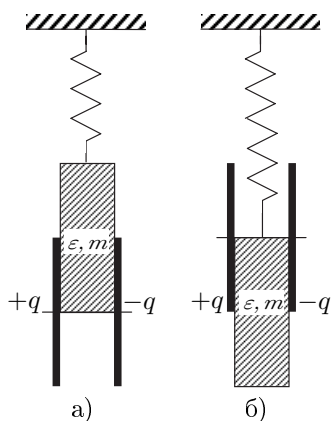
Найти индукцию магнитного поля в точке с координатами $(R, 0, R)$. Считать выполненным условие

$$R \ll 2\pi \frac{c}{\omega}.$$

Пояснить, что означает это условие.

1998/1999 учебный год. Вариант Б

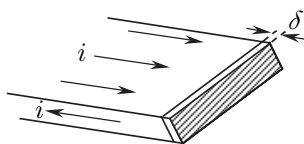
1Б. Изолированный плоский конденсатор с квадратными пластинами площадью S расположен вертикально и заряжен зарядом q . В конденсатор вставлена длинная диэлектрическая пластинка массой m и диэлектрической проницаемостью ε , свободно висющая на пружине жесткостью k . Толщина пластинки равна зазору конденсатора. В положении равновесия диэлектрик заполняет половину объема конденсатора. Емкость конденсатора без диэлектрика равна C_0 .



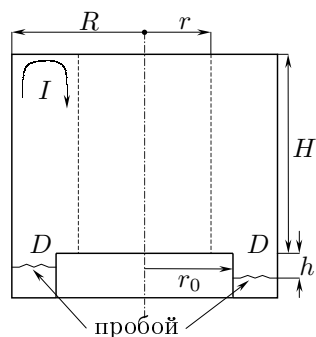
1) Пренебрегая трением, определите частоту ω_0 малых колебаний диэлектрической пластинки в случаях а) и б), изображенных на рисунке. В обоих случаях пружина растянута.

2) Как изменится частота колебаний, если конденсатор подсоединить к батарее?

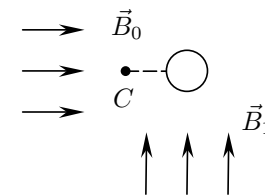
2Б. По двум параллельным идеально проводящим плоскостям текут антипараллельные токи с линейной плотностью i . Токи замыкаются через соединяющую плоскости перемычку толщиной δ с удельным сопротивлением ρ . В пространстве между плоскостями совершает дрейфовое движение свободный электрон. Определить величину и направление скорости дрейфа.



3Б. Нагрузкой импульсного генератора тока служит легкая проводящая оболочка (показана пунктиром). Вся система токов аксиально симметрична и может считаться идеально проводящей. Вскоре после срабатывания генераторов в области D происходит пробой, шунтирующий выходной узел. Как изменится ток в легкой проводящей оболочке, когда последняя сожмется под действием сил Ампера в 10 раз? $R = 5$ см, $H = 2$ см, $h = 1$ см, $r_0 = 4$ см, $r = 2$ см.



4Б. Сверхпроводящий шарик радиусом a помещен во внешнее поле B_0 . При включении поля $B_1 = 2B_0$, направленного перпендикулярно полю B_0 , поле в точке C возросло в 2,6 раза. Каково расстояние от точки C до центра шарика?



5Б. Момент p точечного электрического диполя, расположенного вблизи начала координат, направлен вдоль оси z , а его положение меняется во времени по закону

$$z = a \sin \omega t, \quad x = y = 0.$$

Найти индукцию магнитного поля в точке с координатами $(R, 0, 0)$, полагая $a \ll R$. Считать выполненным условие

$$R \ll 2\pi \frac{c}{\omega}.$$

Пояснить, что означает это условие.

1999/2000 учебный год. Вариант А

1А. Притягиваются или отталкиваются два одинаковых сверхпроводящих шарика радиусом $a = 1$ см, расположенных на одной вертикали в электрическом и магнитном полях Земли на расстоянии $x = 10$ см друг от друга? Электрическое поле $E = 1,5$ В/см направлено вертикально, а магнитное поле $B = 0,5$ Гс направлено горизонтально. Как должны соотноситься поля E и B , чтобы сила взаимодействия шариков была равна нулю?

2А. Каков закон амплитудной модуляции, т. е. как зависит от времени амплитуда сигнала на выходе RL цепочки, показанной на рисунке, если входной сигнал $V(t)$ — колебание, модулированное по фазе

$$V(t) = V_0 \cos(\omega_0 t + m \cos \Omega t),$$

$$\Omega \ll \omega_0, \quad m \ll 1?$$

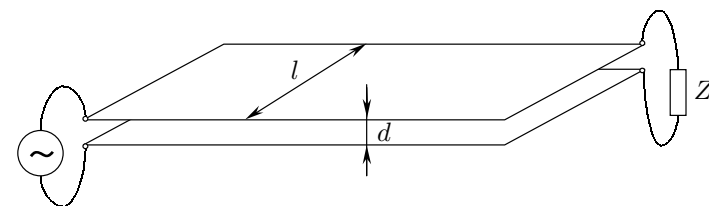
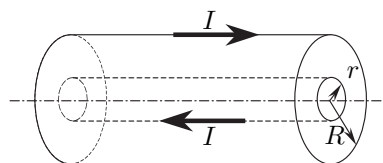
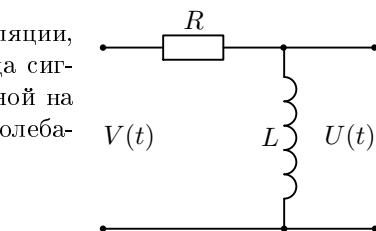
Параметры R, L удовлетворяют условию $\omega L \ll R$ для всех спектральных компонент входного сигнала. Какова глубина модуляции амплитуды выходного сигнала $U(t)$?

3А. Найти добротность колебательного контура, составленного из конденсатора ёмкостью C и катушки индуктивностью L , если катушка заполнена слабопроводящим материалом с удельной проводимостью λ и магнитной проницаемостью μ . Радиус катушки — a . Сопротивлением проводов и потерями энергии на перемещение сердечника пренебречь.

4А. Мощный импульс тока распространяется по коаксиальному токопроводу, находящемуся в вакууме. Радиусы внутреннего и внешнего проводников коаксиала равны соответственно $r = 0,6$ см и $R = 1$ см.

Между проводниками коаксиала приложено напряжение $U = 600$ кВ. Оценить, каким должен быть ток в токопроводе, чтобы не было «вакуумного пробоя».

Примечание: в таких системах при очень больших токах и мегавольтных напряжениях поверхность токонесущих проводников покрыта плазменной «подушкой» и приобретает неограниченную способность к эмиссии электронов.



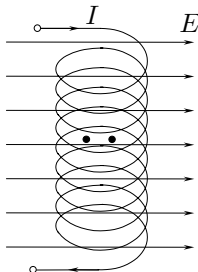
5А. Для передачи электромагнитной энергии от генератора высокочастотных колебаний к нагрузке используется длинная линия, состоящая из двух плоских шин, расположенных параллельно друг другу. Ширина шин $l = 10$ см, расстояние между ними $d = 1$ см.

1. Определить скорость распространения электромагнитных волн в такой линии.

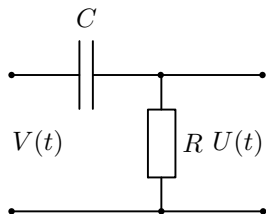
2. Определить импеданс Z_n нагрузки, при которой в линии устанавливается чисто бегущая волна. Считать, что длина волны $\lambda \gg d$.

1999/2000 учебный год. Вариант Б

1Б. Два маленьких одинаковых сверхпроводящих шарика помещены внутри длинного соленоида (с плотностью намотки $n = 10$ витков/см), как показано на рисунке. Система находится во внешнем однородном электрическом поле $E = 10$ кВ/см, ориентированном вдоль по оси, проходящей через шарики, перпендикулярно оси соленоида. Какой ток I надо пропустить по обмотке соленоида, чтобы шарики не взаимодействовали друг с другом? Расстояние между шариками много больше их размеров.



2Б. Каков закон амплитудной модуляции, т. е. как зависит от времени амплитуда сигнала на выходе RC цепочки, показанной на рисунке, если сигнал на входе представляет собой колебание, модулированное по фазе

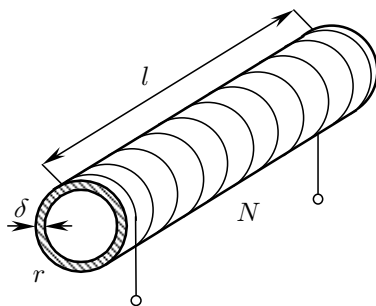


$$V(t) = V_0 \cos(\omega_0 t + m \cos \Omega t),$$

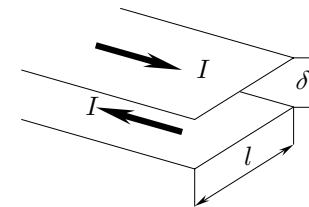
$$\Omega \ll \omega_0, \quad m \ll 1?$$

Предполагается, что параметры R и C удовлетворяют условию $\omega RC \ll 1$ для всех спектральных компонент входного сигнала. Какова глубина амплитудной модуляции выходного сигнала?

3Б. На металлическую трубу с внешним радиусом r и толщиной δ намотан соленоид. Число витков — N , длина трубы — l , удельная проводимость её материала — λ , а магнитная проницаемость — μ . Считая обмотку идеально проводящей, определить активное сопротивление такой катушки переменному току частоты ω .



4Б. По токопроводу, находящемуся в вакууме, состоящему из двух плоских параллельных полосок шириной $l = 5$ см с зазором между ними $\delta = 0,5$ см, распространяется мощный импульс тока. Напряжение между проводниками составляет $U = 1$ МВ. Оценить, при каком токе в такой линии проводники окажутся эффективно изолированы друг от друга?



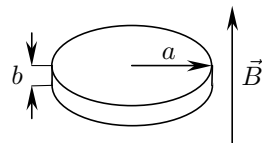
Примечание: в таких системах при очень больших токах и мегавольтных напряжениях поверхность токонесущих проводников покрыта плазменной «подушкой» и приобретает неограниченную способность к эмиссии электронов.

5Б. Объёмный резонатор в виде прямоугольного параллелепипеда со сторонами $a = 1$ см, $b = 2$ см, $L = 3$ см выполнен из идеального проводника.

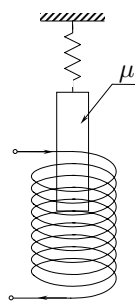
1. Определить резонансные частоты двух наинизших мод такого резонатора.
2. Предполагая, что электрические параметры заполняющего резонатор воздуха не зависят от частоты, определить отношение добротностей этих мод.

2000/2001 учебный год. Вариант А

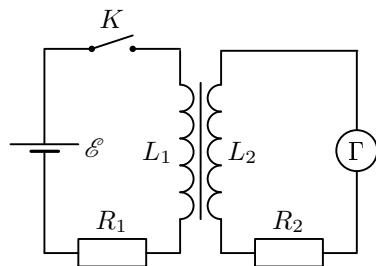
1А. Однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости металлического диска радиусом a , толщиной b и проводимостью σ , изменяется по закону $B = B_0 \sin \omega t$. Определите среднюю мощность тепловых потерь в диске.



2А. На рисунке изображена электромеханическая колебательная система высокой добротности, совершающая вынужденные колебания. Система состоит из неподвижного соленоида с числом витков на единицу длины n , по виткам которого протекает переменный ток $I = I_0 \cos \omega t$. В катушку вставлен длинный магнитный стержень массой m , сечением S с магнитной проницаемостью μ , подвешенный на невесомой пружине. Известно, что собственная частота колебаний стержня на пружине совпадает с частотой тока в соленоиде. Определите амплитуду колебаний стержня.

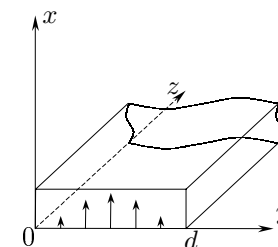


3А. В схеме, изображённой на рисунке, при замыкании ключа K через гальванометр Γ протек заряд $q = 3 \cdot 10^{-4}$ Кл. Известны следующие параметры схемы: $\mathcal{E} = 120$ В, $R_1 = 200$ Ом, $R_2 = 300$ Ом. Определите коэффициент взаимной индукции катушек L_1 и L_2 .



4А. В солнечном ветре, представляющем собой поток плазмы, движущейся относительно Солнца со скоростью $V = 400$ км/с, происходит ионизация неподвижных относительно Солнца нейтральных атомов гелия межзвёздной среды. Полагая, что вектор магнитной индукции \vec{B} в системе отсчёта, связанной с ветром, перпендикулярен вектору \vec{V} и по модулю равен $5 \cdot 10^{-9}$ Тл, а также, что направления векторов \vec{B} и \vec{V} остаются постоянными, определить траекторию ионов как функцию времени после ионизации. В силу высокой проводимости плазмы солнечного ветра считать, что напряжённость электрического поля в системе отсчёта, связанной с ветром, равна нулю; влиянием гравитационного поля пренебречь.

5А. В волноводе прямоугольного сечения распространяется монохроматическая волна сложной пространственной структуры. Поле в волне перпендикулярно широкой стенке волновода размером $d = 4$ см. Такую волну можно представить как суперпозицию собственных мод волновода типа H_{0m} , поле которых в плоскости $z = 0$ имеет вид



$$E_x(y, 0, t) = \sum_m C_m \sin\left(m \frac{\pi}{d} y\right) \cos(\omega t + \alpha).$$

Будем предполагать, что для всех мод выполнено условие

$$m \ll \frac{2d}{\lambda_0},$$

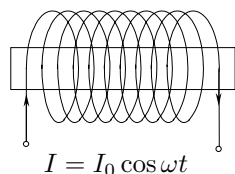
где $\lambda_0 = 2$ см — длина волны в свободном пространстве. Покажите, что при этом условии распределение амплитуды колебаний по поперечному сечению волновода $E(y, z)$ воспроизводится (повторяется) через определённое расстояние Δz :

$$E(y, z) = E(y, z + \Delta z).$$

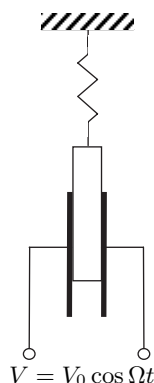
Определите расстояние Δz между сечениями саморепродукции поля в волноводе.

2000/2001 учебный год. Вариант Б

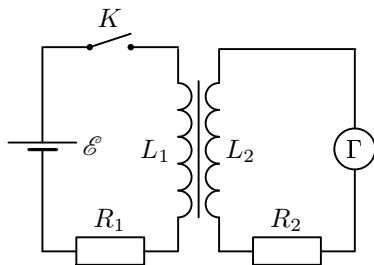
1Б. По виткам длинной катушки с плотностью витков n протекает ток $I = I_0 \cos \omega t$. В катушку вставлен стержень радиусом R с магнитной проницаемостью μ , обладающий слабой проводимостью σ . Определите среднюю мощность тепловых потерь в стержне на единицу длины в центральной части катушки.



2Б. На рисунке изображена электромеханическая колебательная система высокой добротности Q , совершающая вынужденные колебания. Система состоит из неподвижного плоского конденсатора с квадратными пластинами площадью $L \times L$ и расстоянием d между ними. Широкая диэлектрическая пластина толщиной d , массой m и диэлектрической проницаемостью ϵ подвешена на пружине жёсткостью k и входит в зазор между пластинами конденсатора, на который подается переменное напряжение $V = V_0 \cos \Omega t$. При каком значении частоты Ω наступит механический резонанс? Определите амплитуду вертикальных колебаний пластины при резонансе.

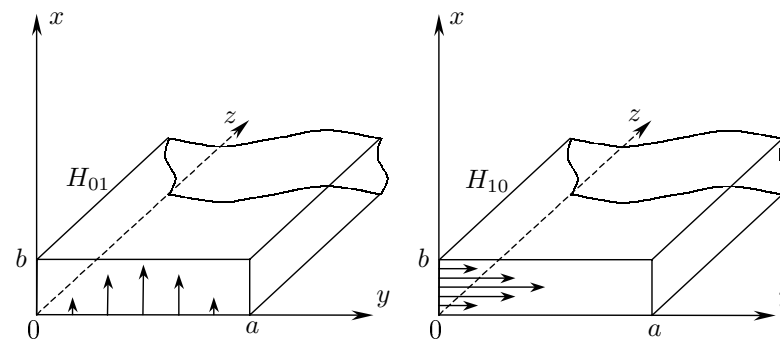


3Б. В схеме, изображённой на рисунке, катушки L_1 и L_2 намотаны на общий магнитный сердечник с магнитной проницаемостью $\mu \gg 1$. При замыкании в первом контуре ключа K через гальванометр Γ , включённый во вторичный контур, протекает заряд $q = 5 \cdot 10^{-4}$ Кл. Известны следующие параметры схемы: $R_2 = 400$ Ом, $L_2 = 0,2$ Гн. Установившийся ток в первичном контуре — $I_0 = 1$ А. Определите коэффициент самоиндукции катушки L_1 .



4Б. В солнечном ветре, представляющем собой поток плазмы, движущейся относительно Солнца со скоростью $V = 1000$ км/с, происходит ионизация неподвижных относительно Солнца нейтральных атомов гелия межзвёздной среды. Полагая, что вектор магнитной индукции \vec{B} в системе отсчёта, связанной с ветром, перпендикулярен вектору скорости \vec{V} и по модулю равен $5 \cdot 10^{-8}$ Тл, а также, что направления векторов \vec{B} и \vec{V} остаются постоянными, определить среднюю и максимальную

скорость ионов He^+ относительно Солнца. На какое максимальное расстояние в направлении, перпендикулярном векторам \vec{V} и \vec{B} , смещаются ионы гелия? В силу высокой проводимости плазмы солнечного ветра считать, что напряжённость электрического поля в системе отсчёта, связанной с ветром, равна нулю; влиянием гравитационного поля пренебречь.



5Б. Электромагнитная волна во входном торце волновода $z = 0$ прямоугольного сечения $b \times a$ с идеально проводящими стенками представляет собой суперпозицию мод типа H_{01} и H_{10} . Распределение поля \vec{E} в этих модах показано на рисунках. В моде H_{01} поле (при $z = 0$) имеет только x -компоненту

$$E_x = E_0 \sin\left(\pi \frac{y}{a}\right) \cos(\omega t),$$

а в моде H_{10} — только y -компоненту

$$E_y = E_0 \sin\left(\pi \frac{x}{b}\right) \cos(\omega t).$$

При какой минимальной длине волновода ориентация вектора \vec{E} в любой точке (x, y) выходного сечения совпадает с ориентацией вектора \vec{E} во входном сечении (в точке с теми же координатами x, y). При расчёте примите, что частота много больше критических частот обеих мод $\omega \gg \frac{\pi c}{a}, \frac{\pi c}{b}$. Рассмотрите пример: $\lambda_0 = 0,3$ см, $a = 2b = 6$ см (здесь λ_0 — длина волны в свободном пространстве).

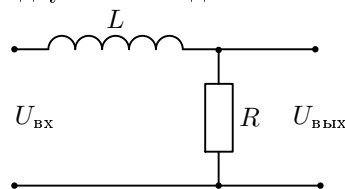
2001/2002 учебный год. Вариант А

1А. По бесконечному прямому проводу радиусом R течёт постоянный ток I . Удельное сопротивление материала провода зависит от расстояния до его оси по закону $\rho = \rho_0 r$. Найти зависимость магнитного поля H от расстояния до оси провода во всём пространстве.

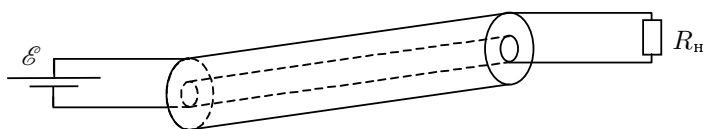
2А. Муха-Цокотуха, пользуясь компасом, летает по линиям индукции длинного тонкого соленоида длиной L . На какое максимальное расстояние d удалится Муха-Цокотуха от оси соленоида, если наименьшее расстояние её от оси в $\alpha = 10$ раз меньше радиуса соленоида?

3А. На вход LR цепочки подается амплитудно-модулированное напряжение

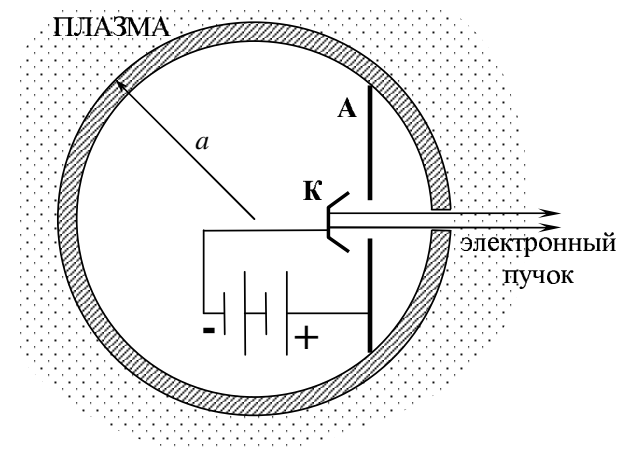
$$U_{\text{вх}} = U_0(1 + m \cos \Omega t) \cos \omega_0 t.$$



Найти отношение амплитуд боковых спектральных гармоник выходного сигнала, а также фазовый сдвиг между колебаниями боковых гармоник и несущей, если $R = \omega_0 L$ и $\Omega = \omega_0/4$.



4А. Длинный коаксиальный кабель состоит из двух идеальных цилиндрических проводников, отношение радиусов которых r_2/r_1 равно $20 \approx e^3$. Пространство между проводниками заполнено немагнитным диэлектриком с проницаемостью $\epsilon = 2$. Один конец кабеля подключён к батарее постоянного тока, а другой конец замкнут на некоторое нагрузочное сопротивление R_n . Оценить, при каком значении R_n электрическая и магнитная энергии в диэлектрике окажутся одинаковыми. Ответ приведите в Омах.



5А. Из спутника, представляющего собой шар с проводящей оболочкой, сквозь отверстие в оболочке инжектируют в космическое пространство тонкий электронный пучок. Вследствие этого на спутнике накапливается положительный заряд и устанавливается положительный потенциал $\varphi_{\text{сп}}$ относительно окружающей его плазмы. Поскольку плазма обладает электропроводностью, из неё на спутник начинает идти ток $I_{\text{пл}}$. Определить минимальный радиус спутника a , необходимый для стационарной инжекции, если пучок формируется и ускоряется в электронной пушке с вольт-амперной характеристикой $I = P\varphi_a^{3/2}$, где I — ток пучка, $P = 10^{-6}(\text{А/В})^{3/2}$, φ_a — потенциал анода пушки относительно её катода. Анод пушки электрически соединен с оболочкой спутника. Удельное сопротивление плазмы $\rho = 10^6 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, $\varphi_a = 10^4 \text{ В}$.

2001/2002 учебный год. Вариант Б

1Б. Для изготовления трансформатора используется замкнутый магнитный сердечник с площадью поперечного сечения $S = 5 \text{ см}^2$. Индукция насыщения материала сердечника равна $B_{\text{нас}} = 2 \text{ Тл}$. Определить минимальное число N витков первичной обмотки, предназначенной для включения в сеть с действующим напряжением $U = 220 \text{ В}$ и частотой $\nu = 50 \text{ Гц}$, чтобы в сердечнике ещё не возникало насыщения. Рассеянием магнитного потока пренебречь.

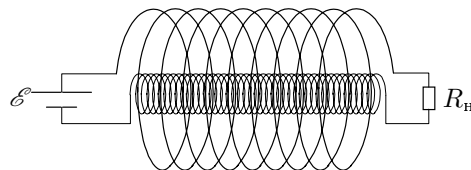
2Б. Муха-Цокотуха, научившаяся летать в электростатических полях по эквипотенциальным поверхностям, пролетает через плоский заряженный конденсатор на расстоянии $599d/1200$ от одной из обкладок (d — расстояние между обкладками). На какое максимальное расстояние r от конденсатора удалится Муха-Цокотуха при дальнейшем движении? Площадь каждой обкладки — S .

3Б. На вход RC цепочки подается амплитудно-модулированное напряжение

$$U_{\text{вх}} = U_0(1 + m \cos \Omega t) \cos \omega_0 t, \quad m < 1.$$

Найти отношение амплитуд боковых гармоник выходного сигнала, а также начальные фазы спектральных гармоник, если $\omega_0 RC = 1$, $\Omega = \omega_0/4$.

4Б. Длинная тонкая катушка радиусом $r_1 = 2 \text{ см}$ с плотностью намотки $n = 20$ витков на сантиметр соосно вставлена в другую длинную катушку радиусом $r_2 = 5,4 \text{ см}$ с теми же плотностью и направлением намотки витков. Одни концы катушек подключены к батарее постоянного тока, а другие замкнуты на некоторое нагрузочное сопротивление $R_{\text{н}}$. Пренебрегая краевыми эффектами, оцените, при каком значении $R_{\text{н}}$ электрическая и магнитная энергии такой системы окажутся одинаковыми. Ответ приведите в Омах.



5Б. Диэлектрическая незаряженная пластина с проницаемостью $\epsilon = 3$ движется между обкладками плоского конденсатора со скоростью $v = 1 \text{ м/с}$. Перпендикулярно направлению движения пластины и параллельно обкладкам конденсатора приложено однородное постоянное магнитное поле $B = 1,5 \text{ Тл}$. Определить поверхностную плотность зарядов на обкладках конденсатора и поверхностную плотность поляризационных зарядов диэлектрика, если к конденсатору приложена разность потенциалов $U = 1 \text{ В}$. Расстояние между пластинами конденсатора $d = 2 \text{ см}$ равно толщине пластины диэлектрика.