

Задача о свободном электроне и фотоне

Булыгин В.С.

2 ноября 2012 г.

Показать, что свободный электрон не может ни поглотить, ни излучить фотон (задача 8.66).

Поглощение фотона свободным электроном.

Электрон при всех экспериментально доступных сегодня энергиях (порядка сотен Гэв, энергия покоя электрона $\sim 0,5$ Мэв) является бесструктурной частицей, в которой не могут возбуждаться никакие внутренние степени свободы, поэтому здесь электрон можно считать частицей с энергией, определяемой выражением $mc^2\gamma$ (и релятивистским импульсом $mc\sqrt{\gamma^2 - 1}$).

Перейдём в систему отсчёта, где электрон сначала покоился.



Из закона сохранения энергии $E_\phi + mc^2 = mc^2\gamma$ следует:

$$E_\phi = mc^2(\gamma - 1), \quad (1)$$

из закона сохранения импульса $p_\phi = p_e$, или $\frac{E_\phi}{c} = mc\sqrt{\gamma^2 - 1}$ получаем:

$$E_\phi = mc^2\sqrt{\gamma^2 - 1}. \quad (2)$$

Приравняв (1) и (2) после возведения в квадрат получаем: $\gamma^2 - 2\gamma + 1 = \gamma^2 - 1$, откуда находим, что единственный корень полученного уравнения $\gamma = 1$, т.е., согласно (1) и (2), законы сохранения энергии и импульса могут одновременно выполняться в этом процессе только при $E_\phi = 0$ — при отсутствии фотона.

Данный результат можно получить и без вычислений, если рассматривать процесс поглощения фотона электроном в системе отсчёта, в которой электрон покоится *после* поглощения фотона. Так как фотон движется (и, следовательно, имеет импульс) в любой системе отсчёта, то в выбранной системе отсчёта по закону сохранения импульса (суммарный импульс равен нулю) электрон до поглощения фотона также должен двигаться. Поэтому энергия системы электрон+фотон до поглощения фотона будет больше (даже без учёта энергии фотона), чем энергия после поглощения фотона — законы сохранения энергии и импульса не могут одновременно выполняться, процесс невозможен.

Излучение фотона свободным электроном.

Здесь также можно провести рассуждения, аналогичные только что приведённым.

Фотон движется в любой системе отсчёта, поэтому, очевидно, что если событие: излучение фотона свободным электроном, происходит (или не происходит) в какой-либо системе отсчёта, то оно происходит (или не происходит) и в любой другой системе отсчёта.

Рассмотрим систему отсчёта, в которой электрон покоился до излучения фотона. Из закона сохранения импульса следует, что электрон после излучения фотона должен двигаться, поэтому энергия системы электрон+фотон после излучения оказывается больше, чем энергия электрона до излучения — законы сохранения энергии и импульса не могут выполняться одновременно, и, следовательно, процесс излучения невозможен в любой системе отсчёта.

Связь между E_ϕ и p_ϕ следует из общей связи между энергией и импульсом релятивистского объекта $E = c\sqrt{p^2 + m^2c^2}$, ($m_\phi = 0$) и для электромагнитной волны была получена ещё Максвеллом.

В отдельном нерелятивистском рассмотрении данной задачи нет необходимости. Классическая механика является предельным частным случаем релятивистской механики, и если какой-либо физический процесс невозможен из-за нарушения релятивистских законов сохранения энергии и импульса, то этот запрет будет абсолютным и не может быть снят применением классической механики.